

# 1 Einführung in die Messtechnik

**Tab. 1.3: Abgeleitete SI-Einheiten**

Yotta	Y	10 <sup>24</sup>
Zetta	Z	10 <sup>21</sup>
Exa	E	10 <sup>18</sup>
Peta	P	10 <sup>15</sup>
Tera	T	10 <sup>12</sup>
Giga	G	10 <sup>9</sup>
Mega	M	10 <sup>6</sup>
Kilo	k	10 <sup>3</sup>
Hekto	h	10 <sup>2</sup>
Deka	da	10 <sup>1</sup>
-	-	-
Dezi	d	10 <sup>-1</sup>
Zenti	c	10 <sup>-2</sup>
Milli	m	10 <sup>-3</sup>
Mikro	μ	10 <sup>-6</sup>
Nano	n	10 <sup>-9</sup>
Pico	p	10 <sup>-12</sup>
Femto	f	10 <sup>-15</sup>
Atto	a	10 <sup>-18</sup>
Zepto	z	10 <sup>-21</sup>
Yokto	y	10 <sup>-24</sup>

## 1.1.1 Größen-, Einheiten- und Zahlenwert-Gleichungen

$$V_{Kegel} = \{V_{Kegel}\} [V_{Kegel}] = \frac{\pi}{3} \{r\}^2 \cdot \{h\} \cdot [r]^2 \cdot [h] = \frac{\pi}{3} \{r\}^2 \cdot \text{mm}^2 \cdot \{h\} \cdot \text{m}$$

**Aufgabe 2.1**

- a) Histogramm  
b) Mittelwert und Standardabweichung  
c) Signifikanztest

$$(c_{p=0,95} = 1,96) > (c = 2,993)$$

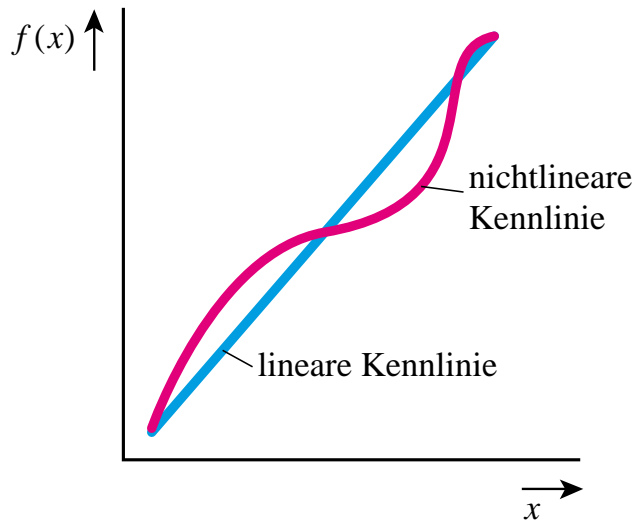
Hier liegen signifikante Abweichungen vor!

**Aufgabe 2.2****Lösung**

Klassenmitte	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	$\Sigma$
Anzahl $n_j$	2	3	14	18	2	1	40
$n \cdot p_j$	0,701	5,181	14,083	14,083	5,181	0,701	
$n_j - n \cdot p_j$	1,299	-2,181	-0,083	3,917	-3,181	0,299	0,071
$\frac{(n_j - n \cdot p_j)^2}{n \cdot p_j}$	2,406	0,918	$4,846 \cdot 10^{-4}$	1,09	1,953	0,127	6,494

Die  $n \cdot p_j$  berechnen sich direkt aus der Normalverteilung:

$$h(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\bar{x})^2}$$



**Abb. 3.1: Kennlinien**

**Beispiel:**

$i$	$x_i$	$y_i$	$a_i$	$b_i$
0	1	5	5	10
1	2	15	15	1,5
2	4	18	18	1
3	6	20	20	0,5
4	8	21	-	-

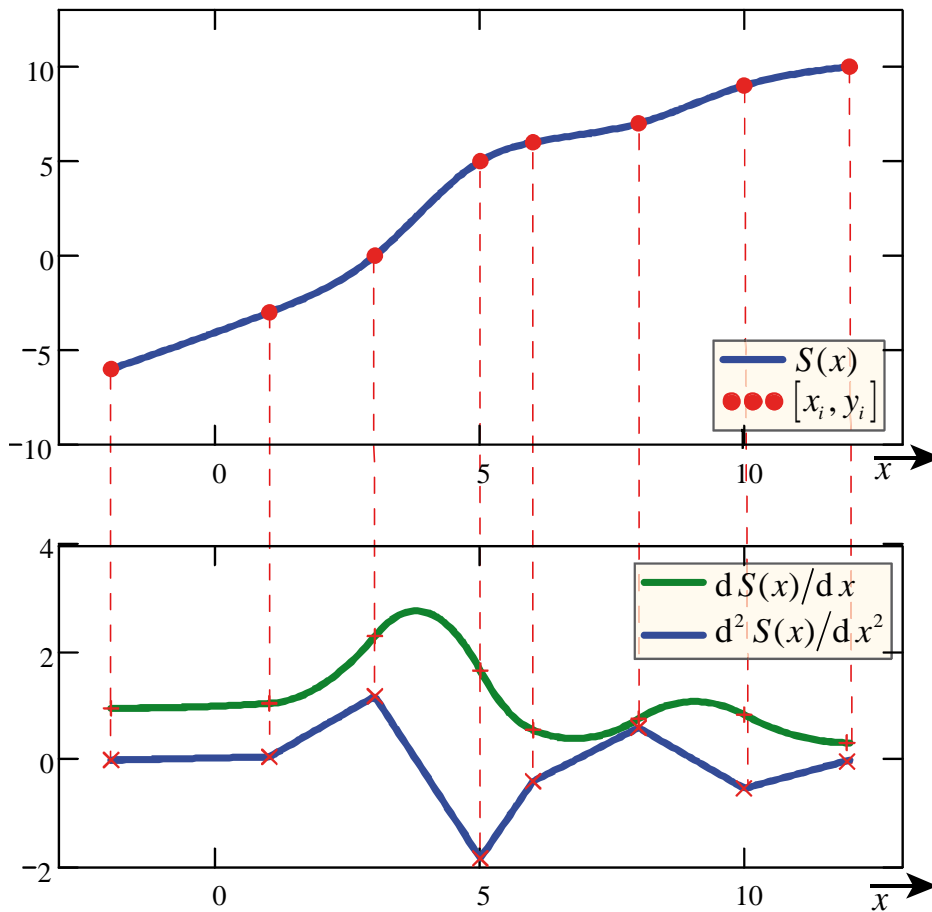


Abb. 3.2: Beispiel für eine kubische Spline-Funktion mit erster und zweiter Ableitung

$$E^2(c) = \int_{-\infty}^{\infty} [f(x) - \Phi(c, x)]^2 dx$$

(0.1)

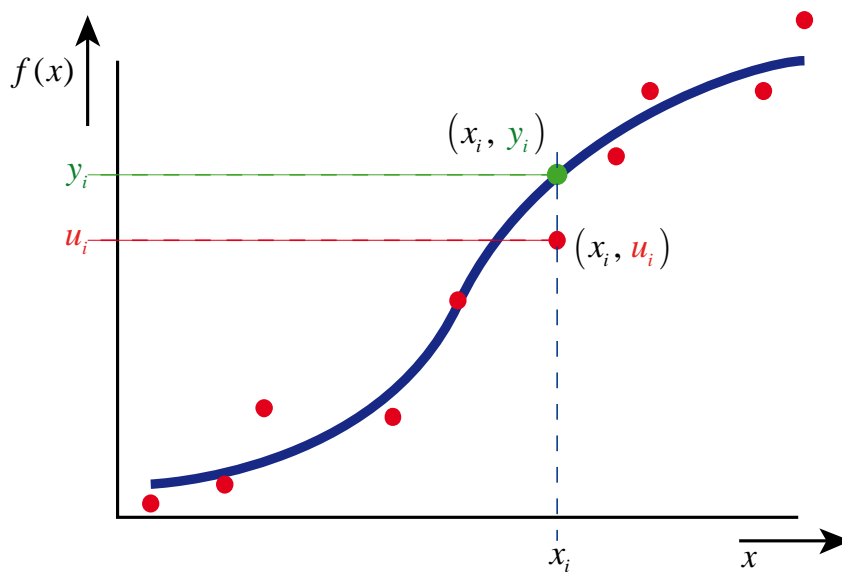


Abb. 3.3: Kubische Ausgleichsspline-Funktion

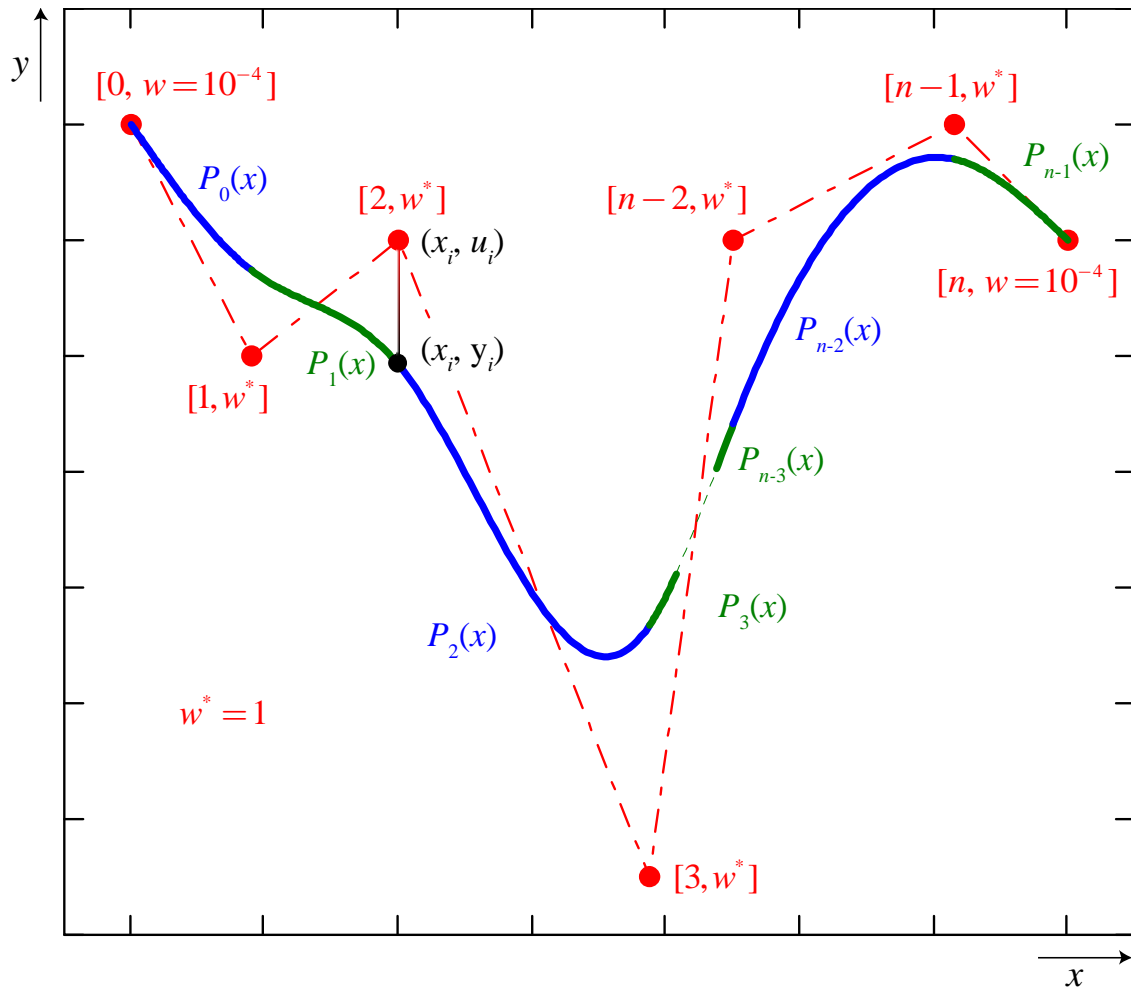


Abb. 3.4: Allgemeines Beispiel für einen kubischen Ausgleichsspline-Funktion

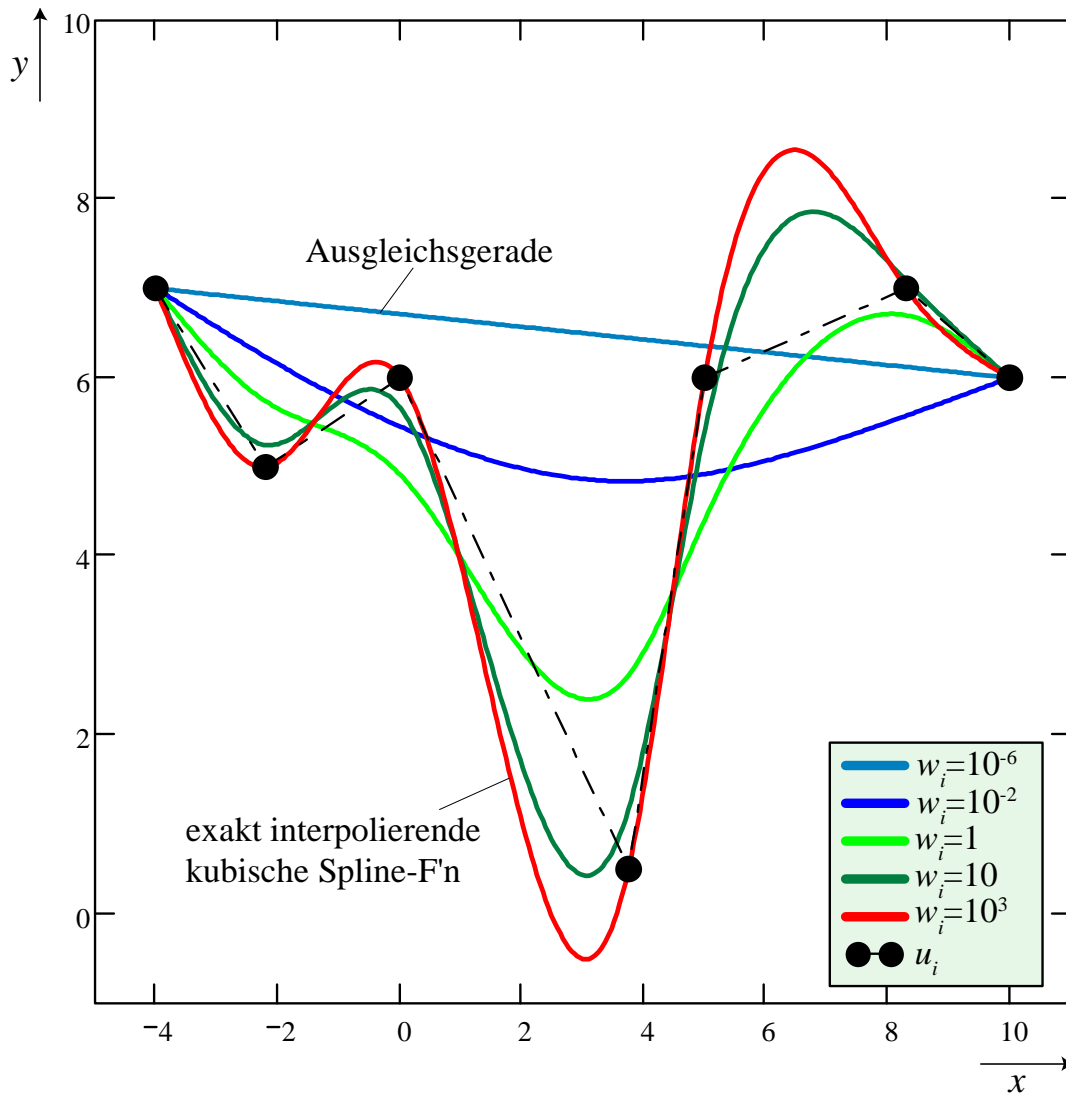


Abb. 3.5: Beispiel für die Variation der Gewichte  $w_i$  einer Ausgleichssplines-Funktion

## Aufgaben

### Aufgabe 3.1

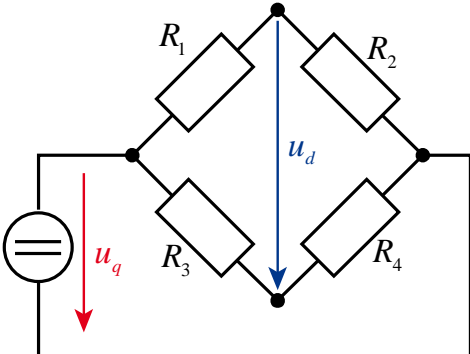
Das Newton-Interpolationspolynom lautet konkret:

$$\begin{aligned}
 P_{Newton}(x) &= b_0 + b_1 \cdot (x - x_0) + b_2 \cdot (x - x_0) \cdot (x - x_1) + b_3 \cdot (x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \\
 &= 1,5 + 0,75 \cdot (x - x_0) - 0,073 \cdot (x - x_0) \cdot (x - x_1) + 0,021 \cdot (x - x_0) \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \\
 &= 1,5 + (x - x_0) \cdot (0,75 + (x - x_1) \cdot (-0,073 + 0,021 \cdot (x - x_2)))
 \end{aligned}$$

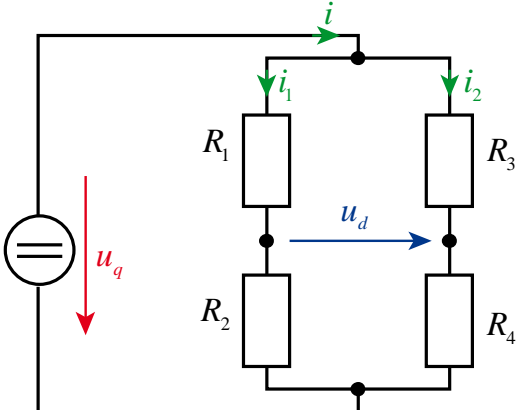
### Aufgabe 3.2

a) Der Wert der **stückweise definierten** Kennlinie an der Stelle  $x_A = 7$  ist auszuwerten.

### 5 Messen elektrischer Größen



S. 120, Abb. 5.11: Messbrücke



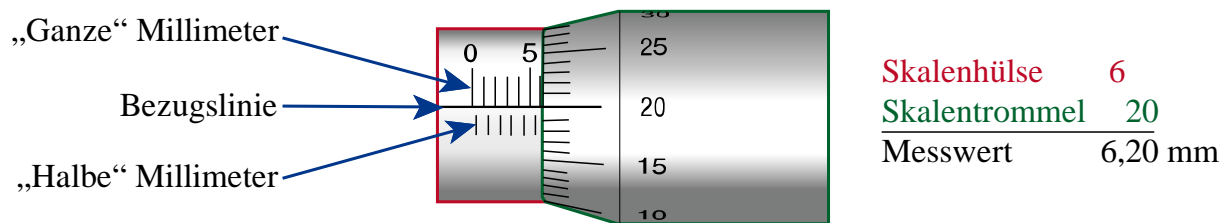
## 6 Messen geometrischer Größen

eine ohm'sche Widerstandsänderung, verschaltet in einer Wheatstone'schen Messbrücke, in eine elektrische Spannungsänderung umgewandelt werden kann. **Der typische Versorgungsdruck beträgt 1 bar.**

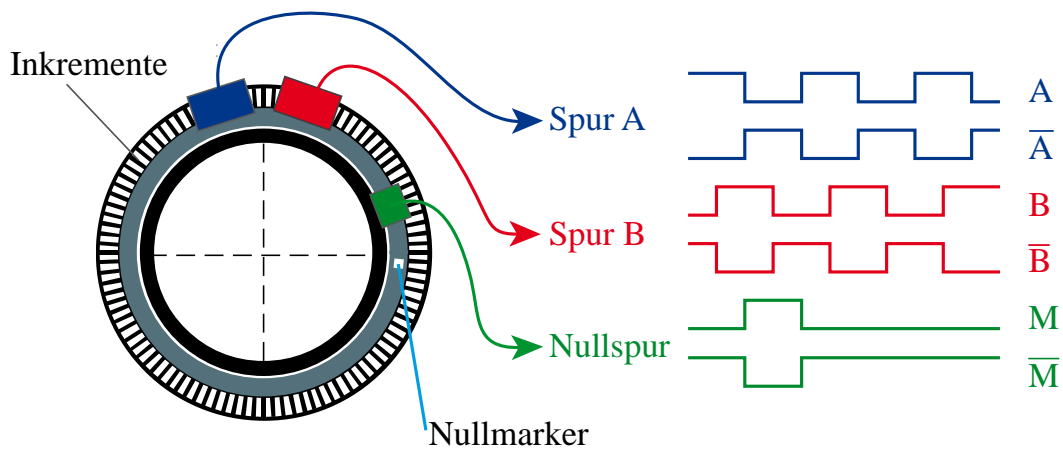
...

Vorteile der pneumatischen Längenmessung:

- Der Messaufnehmer misst fast ohne Messkraft und meist berührungsfrei
- Einfaches Messen von Bohrungs-, Form- und Lageabweichungen (→ Fertigungsmesstechnik)
- Berührungslose Tastelemente erlauben ein Messen bei laufender Fertigung.



**Abb. 6.1: Beispiel einer Ablesung**



**Abb. 6.2: Teilscheibe mit Inkrementen**



## 9 Messen von Kraft und Drehmoment

$$\Delta R = \Delta R(\Delta l) + \Delta R(\vartheta) \quad (9.1)$$

Eingesetzt in die DMS sind:

$$\begin{aligned} R_1 &= R_4 = R_0 + \Delta R(\Delta l) + \Delta R(\vartheta) \\ R_2 &= R_3 = R_0 - \Delta R(\Delta l) + \Delta R(\vartheta) \end{aligned} \quad (9.2)$$

Diese erweiterten Ausdrücke sind nun in die Brückengleichung **Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.** einzusetzen. Für die Widerstandsummen gilt:

$$\begin{aligned} R_1 + R_2 &= 2R_0 + 2\Delta R(\vartheta) \\ R_3 + R_4 &= 2R_0 + 2\Delta R(\vartheta) \end{aligned} \quad (9.3)$$

$$u_m = u_q \cdot \left( \frac{R_0 + \Delta R(\Delta l) + \Delta R(\vartheta)}{2R_0 + 2\Delta R(\vartheta)} - \frac{R_0 - \Delta R(\Delta l) + \Delta R(\vartheta)}{2R_0 + 2\Delta R(\vartheta)} \right) = u_q \cdot \frac{\Delta R(\Delta l)}{R_0 + \Delta R(\vartheta)} \quad (9.4)$$

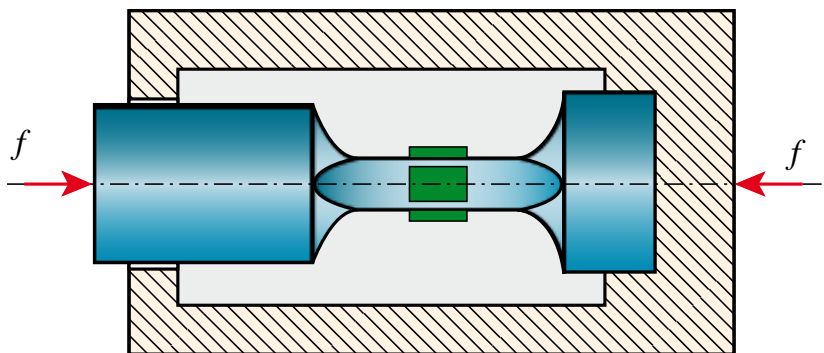
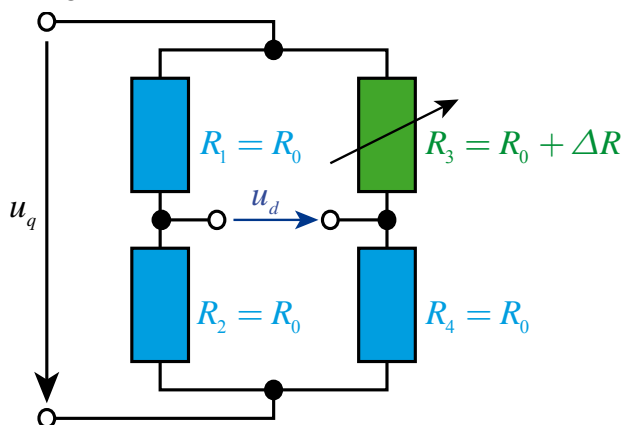


Abb. 9.1: Mechanischer Aufbau eines Kraftaufnehmers mit DMS

### Aufgabe 9.1

Mit Hilfe eines Dehnungsmessstreifens (DMS) soll die Dehnung eines als Biegebalken ausgeführten Maschinenelementes gemessen werden. Die Verschaltung in einer Messbrücke soll gemäß der Skizze erfolgen. Dabei



wird ein Halbleiter-DMS mit  $k = 100$  und  $R_0 = 200 \Omega$  eingesetzt. Bei der mechanischen Beanspruchung des Maschinenelementes kann von einer Längenänderung im elastischen Bereich von  $1/10.000$  bei einer Länge von  $l = 500 \text{ mm}$  ausgegangen werden.

- a) Es ist die ohm'sche Widerstandsänderung der DMS bei Zug- oder Druckbeanspruchung zu bestimmen.
- b) Wie groß ist die Diagonalspannung  $u_d$  bei dieser Widerstandsänderung, wenn die Quellenspannung  $u_q = 10 \text{ V}$  ist ?

## 10 Messen von Temperaturen

S. 177

Der maximale Linearitätsfehler im Bereich  $0^\circ\text{C} \leq \vartheta \leq 50^\circ\text{C}$  ergibt sich bei  $\vartheta = 50^\circ\text{C}$  zu:

$$F_{lin}(\vartheta = 50^\circ\text{C}) = -1,45\Omega$$

Und der relative Fehler zu:

$$F_{rel}(\vartheta = 50^\circ\text{C}) = -1,215\text{‰}$$

Der Fehlerverlauf über den gesamten Temperaturbereich ist ...

### Aufgabe 10.2

Ein PT100-Widerstandsthermometer soll in einer Zweileiterschaltung eingesetzt werden ( $\alpha = 3,90802 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ;  $\beta = -0,580195 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-2}$ ;  $R_0 = 100 \Omega$ ). Wie groß muss der Abgleichwiderstand  $R_A$  eingestellt werden, wenn die Messbrücke bei  $\vartheta = 50^\circ\text{C}$  abgeglichen sein soll? Die Zuleitung sei mittels Kupferleiter ( $l = 5 \text{ m}$ ;  $d = 0,2 \text{ mm}$   $\sigma_{Cu} = 58,0 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ ) realisiert.

Der Leitungswiderstand berechnet sich zu  $R_L = \frac{l}{A} \cdot \frac{1}{\sigma}$ .

### Lösung

Für den Widerstand der Zuleitung gilt:

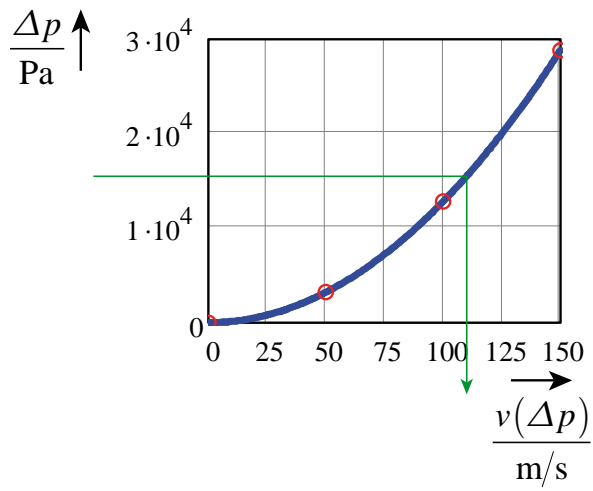
$$\begin{aligned} R_L &= \frac{l}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2} \cdot \frac{1}{\sigma_{Cu}} = \\ &= \frac{5 \text{ m}}{\frac{\pi}{4} \cdot 0,0002^2 \text{ m}^2} \cdot \frac{1}{58,0 \cdot 10^6 \text{ S/m}} = 2,744 \Omega \end{aligned}$$

Bei  $\vartheta = 50^\circ\text{C}$  hat der PT100-Widerstand den Wert

$$R(\vartheta) = R_0 [1 + \alpha \cdot \vartheta + \beta \cdot \vartheta^2] = 119,395 \Omega$$

Für den Abgleichwiderstand gilt:

$$R_A = 2 \cdot R_L + R_\vartheta(\vartheta = 50^\circ\text{C}) = 1124,883 \Omega$$

**Aufgabe 12.1****Lösung****vP\_Diagramm.ai****Aufgabe 12.2**

Der Volumenstrom beträgt dann:

$$Q_1 = A_1 \cdot v_1 = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot v_1 = 0,033 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

## 13 Messverstärker

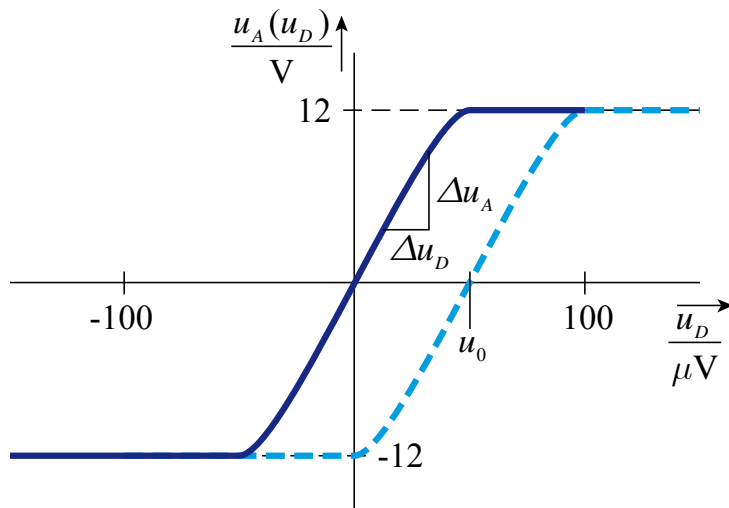


Abbildung 13.1: Kennlinie der Ausgangsspannung als Funktion der Eingangsspannung

$$u_a(t) = -\frac{1}{C} \int_0^t i_e(t) dt = -\frac{1}{C} \cdot q(t) \quad (13.1)$$

$$A_{dB} = 20 \log \left| \frac{u_a}{u_e} \right| \quad (13.2)$$

Die oberen und unteren Grenzfrequenzen ( $f_u$ ,  $f_o$ ) sind beim Messverstärker als jene Frequenzen definiert, an denen die Amplitude um 1 dB (entspricht ca. 89 % des Nennwertes) abgefallen ist.

### Aufgabe 13.1

Daten:

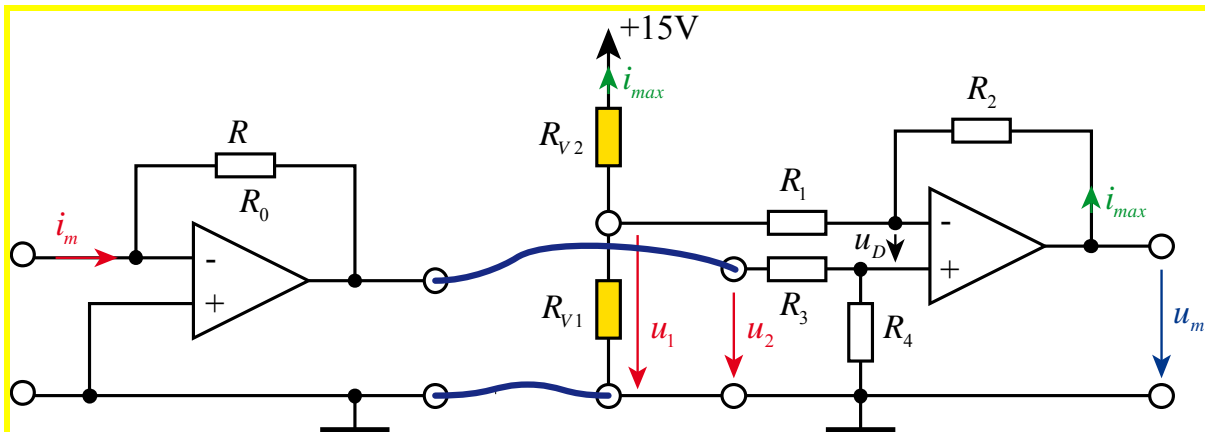
$$\begin{aligned} \alpha &= 3,90802 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}; \quad \beta = -0,580195 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-2}; \\ R_0 &= 100 \text{ } \Omega; \quad R_L = 2 \text{ } \Omega; \\ u_{a_{max}} &= 10 \text{ V}; \quad i_{max} = 1 \text{ mA}; \\ u_q &= 10 \text{ V} \end{aligned}$$

### Lösung

Vorwiderstand:

$$R_1 = -\frac{R_2}{V} = 359 \text{ } \Omega$$

**Aufgabe 13.2**



Der Strom-Spannungswandler realisiert die zuvor berechnete Verstärkung. Der Subtrahierer bringt eine Verstärkung von  $V_i = 1$ . Somit ist als Spannung  $u_1$  ein Potential von  $u_1 = 2,5 \text{ V}$  bereitzustellen (hier mit dem Spannungsteiler  $R_{V1}$  und  $R_{V2}$ ).

a) Auslegung der Schaltung  
Strom-Spannungswandler:

$$R_0 = \frac{\Delta U}{\Delta i} = \frac{10 \text{ V}}{16 \text{ mA}} = 625 \Omega$$

Subtrahierer:

Er kann z. B. so erfolgen, dass die Widerstände  $R_1 \dots R_4$  gleich groß sind und der Rückkopplungswiderstand  $R_2$  mit maximal 10 mA (gewählter Wert) durchflossen wird:

$$R_2 = \frac{u_m}{i_2} = \frac{10 \text{ V}}{0,01 \text{ A}} = 1 \text{ k}\Omega = R_{1 \dots 4}$$

Spannungsteiler zur Erzeugung der 2,5 V (Annahme: Versorgungsspannung 15 V):

$$R_{V1} = \frac{u_1}{i_{\max}} = \frac{2,5 \text{ V}}{0,001 \text{ A}} = 2,5 \text{ k}\Omega$$

aus  $i_{\max} = \frac{u_q}{R_{V1} + R_{V2}}$  folgt

$$R_{V2} = \frac{u_q}{i_{\max}} - R_{V1} = \frac{15 \text{ V}}{0,001 \text{ A}} - 2,5 \text{ k}\Omega = 12,5 \text{ k}\Omega$$

**Aufgabe 14.1 Lösung**

Auslegung des Tiefpassfilters:

$$T_1 = R \cdot C$$
$$= \frac{1}{\omega_e} = \frac{1}{50 \cdot \omega_n} = \frac{1}{50 \cdot (2\pi \cdot n)} = 63,662 \mu\text{s}$$

Wird der Widerstand  $R = 100 \text{ k}\Omega$  gewählt, so ergibt sich für die Kapazität:

$$C = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{50 \cdot \omega_n} = \frac{T_1}{R} = \frac{63,662 \mu\text{s}}{100 \text{ k}\Omega} = 0,637 \text{ nF}$$

Auslegen des Analogverstärkers - hier: Nicht-invertierender Verstärker

$$A = \frac{R_1 + R_2}{R_2} = \frac{u_a}{u_{Tacho}} = \frac{7 \text{ V}}{2 \text{ V}} = 3,5$$

Vorgabe des maximalen Stromes durch  $R_1$  und  $R_2$  mit der Annahme, dass der Eingangswiderstand des OP unendlich groß ist:

$$i_{\text{max}}(u_{a_{\text{max}}}) = 1 \text{ mA} = \frac{u_{a_{\text{max}}}}{R_1 + R_2}$$
$$\rightarrow R_1 + R_2 = \frac{u_{a_{\text{max}}}}{i_{\text{max}}}$$

Eingesetzt in die Verstärkungsgleichung:

$$A = \frac{R_1 + R_2}{R_2} = \frac{u_{a_{\text{max}}}}{i_{\text{max}} \cdot R_2}$$
$$\Rightarrow R_2 = \frac{u_{a_{\text{max}}}}{i_{\text{max}}} \cdot \frac{1}{A} = 2 \text{ k}\Omega$$

Damit ergibt sich der Widerstand  $R_1$  zu:

$$R_1 = \frac{u_{a_{\text{max}}}}{i_{\text{max}}} - R_2 = 5 \text{ k}\Omega$$

### Frage 15.1

Was ist bei der Digitalisierung von sich zeitlich verändernden Signalen zu beachten?

- Jeder Abtastvorgang eines analogen kontinuierlichen Signals stellt einen Informationsverlust dar. Darum ist die Abtastzeit möglichst kurz zu wählen. Sie ist abhängig von der höchsten darzustellenden Frequenz des analogen Signals. Nach Shannon u. a. ist die Abtastfrequenz mindestens doppelt so hoch zu wählen, wie die höchste darzustellende Frequenz des analogen Signals.

Welche Aufgabe hat ein Sample & Hold-Stufe bei der Wandlung analoger Signale in digitale Signale?

- Eine Sample & Hold-Stufe hat die Aufgabe, ein sich zeitlich veränderndes Analogsignal für eine kurze Zeitspanne konstant zu halten, damit ein Analog-Digital-Umsetzer dieses quasi konstante Signal in einen digitalen Wert umwandeln kann.

### Aufgabe 15.1

Wie groß ist der Quantisierungsfehler eines 14-Bit-Wandlers bei einem Eingangsspannungsbereich von  $\pm 5 \text{ V}$  ?

### Lösung

$$n = 14 \Rightarrow 2^{14} = 16384$$

$$e_Q = \frac{10 \text{ V}}{2^{14}} \approx 0,6104 \mu\text{V}$$